

Sujet de stage

Méthodes itératives préconditionnées en précision mixte pour la résolution de grands systèmes linéaires creux ---avec applications industrielles

Niveau du stage: Master 2 ou PFE ingénieur

Durée: 6 mois environ

Lieu: Laboratoire LIP6, Sorbonne Université, 4 place Jussieu, Paris 5e

Contact: Fabienne Jézéquel (fabienne.jezequel@lip6.fr), Théo Mary (theo.mary@lip6.fr)

Indemnité de stage: sur la base des indemnités de stage CNRS (27,30 euros/jour ouvré et remboursement d'une partie des frais de transport)

Contexte scientifique du stage:

La résolution de systèmes linéaires creux est l'un des problèmes fondamentaux du calcul scientifique. Les méthodes itératives fondées sur les sous-espaces de Krylov (gradient conjugué, GMRES, ...) nécessitent seulement de calculer des produits matrice creuse-vecteur, ce qui leur permet de traiter des problèmes de très grande taille. Cependant, leur convergence dépend fortement du problème et peut être trop lente pour des problèmes numériquement difficiles souvent rencontrés dans des applications industrielles. Cela nécessite la mise au point de préconditionneurs qui soient à la fois de bonne qualité pour assurer une convergence rapide mais qui restent aussi peu coûteux à construire, pour maintenir la capacité à passer à l'échelle sur de très grandes tailles de problème. La résolution à la fois frugale et fiable de grands systèmes linéaires creux constitue donc l'un des défis majeurs actuels du domaine.

Objectifs principaux:

L'objectif de ce stage est de développer des méthodes itératives préconditionnées *en précision mixte*, c'est-à-dire exploitant plusieurs niveaux de précisions différents afin d'optimiser au mieux leur consommation en ressources. Les architectures de calcul modernes (CPUs et GPUs) disposent en effet de plusieurs précisions implémentées en matériel, notamment précision double (64 bits), simple (32 bits), et demie (16 bits). Les calculs effectués en précision faible (32 voire 16 bits) sont bien plus rapides et économes en énergie. Cependant, la plupart des applications en calcul scientifique, et notamment celles visées par ce stage, nécessitent une solution de qualité finale équivalente à 64 bits. Le point de départ du stage sera donc un solveur de Krylov entièrement en 64 bits. L'objectif sera de concevoir, développer, et tester plusieurs stratégies possibles de réduction de la précision à des endroits bien choisis. Le bien fondé de chacune de ces stratégies sera évalué à la fois du point de vue théorique (analyse d'erreur d'arrondi) et pratique (expérimentations sur architectures de calcul modernes avec un jeu de problèmes test provenant des applications visées). Ce stage demandera donc une attention particulière à la fois aux aspects HPC (implémentation efficace des méthodes et leur parallélisation) mais aussi fiabilité (contrôle de l'erreur introduite, robustesse sur des problèmes industriels difficiles).

Environnement de travail, collaborations:

Le stage aura lieu au Laboratoire d'Informatique de Paris 6 (LIP6) sous l'encadrement de Fabienne Jézéquel et Théo Mary. Il s'effectuera en collaboration avec Ani Anciaux-Sedrakian et Thomas Guignon d'IFP Energies Nouvelles (IFPEN). IFPEN dispose de plusieurs applications industrielles, notamment en Géosciences, Interaction Fluide-Particule, et Eoliennes, pour lesquelles la performance de la simulation numérique est un outil stratégique et indispensable. L'amélioration des performances des méthodes itératives utilisées par IFPEN permettra donc de lever un verrou scientifique et industriel.

Continuation en thèse:

La continuation en thèse du stage est envisagée, dans le cadre d'un contrat de thèse avec IFPEN.

Références pour aller plus loin:

- [1] A. Anciaux-Sedrakian, P. Gottschling, J. Gratien, T. Guignon. Survey on efficient linear solvers for porous media flow models on recent hardware architectures, Oil Gas Sci. Technol. 69 (2014), pp. 753–766. DOI: 10.2516/ogst/2013184.
- [2] S. Graillat, F. Jézéquel, T. Mary, R. Molina. Adaptive precision sparse matrix-vector product and its application to Krylov solvers, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03561193>.
- [3] E. Carson, N. Khan. Mixed Precision Iterative Refinement with Sparse Approximate Inverse Preconditioning, <https://arxiv.org/abs/2202.10204>.
- [4] N. Higham, T. Mary. Mixed precision algorithms in numerical linear algebra, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03537373>.