

Calcul rapide de produit matrice-vecteur via la méthode des multiples rapide. Application à la méthode des moments magnétiques

Contexte

Pour résoudre les équations de Maxwell pour les basses fréquences, les méthodes intégrales volumiques (VIM) ne nécessitent pas de mailler les régions d'air, ce qui les rend particulièrement compétitives pour modéliser de nombreux dispositifs d'ingénierie électrique dans lesquels l'air occupe un volume important. Ces méthodes intégrales volumiques sont largement utilisées, car elles permettent notamment de réduire drastiquement le nombre d'inconnues par rapport aux méthodes d'éléments finis volumiques. Le principal inconvénient des méthodes VIM est qu'elles conduisent à des matrices denses, ce qui les rend très coûteuses en termes de temps de calcul et de mémoire. En effet, si N est le nombre de degrés de liberté, l'espace nécessaire pour stocker la matrice est en $O(N^2)$ et le coût d'un produit matrice-vecteur est en $O(N^3)$. La méthode des multipôles rapide (FMM) permet d'effectuer des produits matrice-vecteur en $O(N)$ opérations.

Objectif du travail

La bibliothèque ScalFMM est un code C++ (14,17) moderne qui permet de calculer les interactions à l'aide d'une méthode d'interpolation. Notre approche est indépendante du noyau d'interaction et peut être appliquée à tout opérateur non oscillant (gravité, élasticité, gaussienne...). L'algorithme hiérarchique se base sur un découpage de l'espace à l'aide d'une octree pour séparer le calcul du champ proche et du champ lointain. L'objectif de ce stage est de coupler la bibliothèque ScalFMM avec le code MMM développé au Laplace. Dans un premier temps, il s'agira de développer pour le noyau magnétostatique les différents opérateurs non génériques pour calculer le champ proche et le champ lointain de la FMM. Dans un deuxième temps, il conviendra de regarder comment interfacer ces développements avec python à l'aide [pybind11](#) pour intégrer la méthode développée dans le code MMM. La dernière partie du stage consistera à comparer la méthode développée avec les méthodes disponibles dans MMM, notamment avec les matrices hiérarchiques.

La personne sera intégrée au sein du projet INRIA Bordeaux Concace, équipe projet commune Airbus CRT, Cerfacs et Inria. Ce stage s'effectuera en lien avec le projet ANR TensorVIM où sont impliqués les laboratoires Laplace et G2ELab ainsi que l'équipe Concace d'INRIA Bordeaux. L'ANR TensorVim donnera lieu au démarrage de 2 thèses en septembre 2023 (financement acquis) dont les sujets seront sur une thématique voisine des trois stages proposés.

Mots-clés : méthode multipôles rapide, N- corps, produit matrice-vecteur, C++11

Compétences requises : algèbre linéaire, calcul scientifique. Connaissances en Python et C++ moderne.

Lieu : Bordeaux/Inria

Contacts : Olivier Coulaud (olivier.coulaud@inria.fr)

Références

[1] O. Chadebec, J. . -L. Coulomb and F. Janet, "A review of magnetostatic moment method," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, no. 4, pp. 515-520, April 2006, doi: 10.1109/TMAG.2006.870929.

[2] Greengard, L. & Rokhlin, V. A fast algorithm for particle simulations, Journal of Computational Physics, 1987, 73, 325 - 348

[2] [ScalFMM; a task-based kernel independent fast multipole method. [Online] Available <https://gitlab.inria.fr/solverstack/ScalFMM>