

Mise en œuvre de matrices H^2 pour une méthode des moments magnétiques

Contexte

Pour résoudre les problèmes de magnétisme, les méthodes intégrales volumiques sont régulièrement considérées car elles permettent notamment de réduire drastiquement le nombre d'inconnues par rapport aux méthodes d'éléments finis volumiques. Néanmoins, ces techniques de discrétisation conduisent à des matrices pleines (contrairement aux éléments finis volumiques), ce qui peut être coûteux en terme de stockage mémoire ($O(N^2)$ pour une matrice de taille $N \times N$) et de coût de calcul pour résoudre les systèmes associés ($O(N^3)$ pour une matrice de taille $N \times N$). Le format matrice hiérarchique (ou H-matrice) permet de réduire la complexité du stockage et de l'arithmétique à des coûts quasi-linéaires ($O(N \log(N))$) en exploitant des propriétés du problème à résoudre. Ce format a notamment été mis en œuvre au Laplace. Pour aller plus loin, il existe également une sous-classe de ces H-matrices dites H^2 -matrices qui donne même des complexités linéaires (en $O(N)$) pour de larges classes de problèmes.

Objectif du travail

Le stagiaire (avec notre aide) devra évaluer la librairie H2tools (<https://pythonhosted.org/h2tools/>) implémentant le format H^2 -matrices et les opérations arithmétiques associées sur une méthode des moments magnétiques ([1], outil MMM développé au Laplace). Il s'agira également de compléter cet outil avec une méthode de résolution de systèmes linéaires fondées sur une approximation de la H^2 -matrice par une matrice creuse et l'utilisation de solveurs directs creux [2].

Lieu : Toulouse/Laplace.

Note : ce stage s'effectuera en lien avec le projet ANR TensorVIM où sont impliqués les laboratoires Laplace et G2ELab ainsi que l'équipe Concace d'INRIA Bordeaux. D'autres stages sont proposés par les différents partenaires du projet sur des thématiques voisines et les stagiaires pourront interagir.

L'ANR TensorVim donnera lieu au démarrage de 2 thèses en Septembre 2023 (financement acquis) dont les sujets seront sur une thématique voisine du stage.

Profil recherché : Master 2 / Ingénieur avec des compétences en calcul scientifique ; connaissances en python/fortran recommandées.

Contacts : Ronan Perrussel (perrussel@laplace.univ-tlse.fr), Jean-René Poirier (poirier@laplace.univ-tlse.fr).

[1] O. Chadebec, J. . -L. Coulomb and F. Janet, "A review of magnetostatic moment method," *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 42, no. 4, pp. 515-520, April 2006, doi: 10.1109/TMAG.2006.870929 .

[2] Sushnikova, D. A., & Oseledets, I. V. (2020). Simple non-extensive sparsification of the hierarchical matrices. *Advances in Computational Mathematics*, 46(4), 1-26.

Implementation of H2 matrices for a magnetic moment method

Context

To solve magnetism problems, volume integral methods are regularly considered because they make it possible to drastically reduce the number of unknowns compared to volume finite element methods. Nevertheless, these discretization techniques lead to dense matrices (unlike volume finite elements), which can be costly in terms of memory storage ($O(N^2)$ for an $N \times N$ size matrix) and computational cost to solve the associated systems ($O(N^3)$ for an $N \times N$ size matrix). The hierarchical matrix format (or H-matrix) reduces storage complexity and arithmetic at near-linear costs ($O(N \log(N))$) by exploiting properties of the problem to be solved. This format has been implemented at Laplace. To go further, there is also a subclass of these H-matrices called H2-matrices that even gives linear complexities (in $O(N)$) for large classes of problems.

Aim of the work

The trainee (with our help) will have to evaluate the H2tools library (<https://pythonhosted.org/h2tools/>) implementing the H2-matrices format and the associated arithmetic operations on a magnetic moment method ([1], MMM tool developed at Laplace). It will also complement this tool with a method for solving linear systems based on an approximation of the H2-matrix by a sparse matrix and the use of sparse direct solvers [2].

Place: Toulouse/Laplace.

Note: this internship will be carried out in connection with the ANR TensorVIM project involving the Laplace and G2ELab laboratories as well as the Concace team of INRIA Bordeaux. Other internships are offered by the various project partners on related themes and trainees will be able to interact.

The ANR TensorVim will give rise to the start of 2 theses in September 2023 (funding acquired) whose topics will be on a theme similar to the internship.

Recommended skills: Master 2 / Engineer with skills in scientific computing; Python/Fortran knowledge recommended.

Contacts: Ronan Perrussel (perrussel@laplace.univ-tlse.fr), Jean-René Poirier (poirier@laplace.univ-tlse.fr).

[1] O. Chadebec, J. . -L. Coulomb and F. Janet, "A review of magnetostatic moment method," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 4, pp. 515-520, April 2006, doi: 10.1109/TMAG.2006.870929 .

[2] Sushnikova, D. A., & Oseledets, I. V. (2020). Simple non-extensive sparsification of the hierarchical matrices. *Advances in Computational Mathematics*, 46(4), 1-26.