



TD 3 – Convexité

▷ **Exercice 1.** Soit E un espace vectoriel sur \mathbb{R} .

1.1. Montrer que toute application norme, définie sur E , est convexe sur E . Que dire de la *stricte* convexité ?

1.2. Soient f et g deux applications convexes sur C , convexe de E . Montrer que $\forall \lambda \geq 0, \forall \mu \geq 0, \lambda f + \mu g$ est une application convexe sur C .

1.3. Soient $(f_i)_{i \in I}, I$ fini, une famille d'applications convexes définies sur un convexe C de E et à valeurs dans \mathbb{R} . Montrer que la fonction f définie par $f(x) = \sup_{i \in I} f_i(x)$ est une application convexe sur C .

▷ **Exercice 2.**

2.1. Pensez-vous qu'il existe des fonctions strictement convexes non croissantes à l'infini ?

▷ **Exercice 3.** Soit $f : (\mathbb{R}_+^*)^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x_1 \ln(x_1) + x_2 \ln(x_2) - (x_1 + x_2) \ln(x_1 + x_2)$. Montrer que f est convexe sur $(\mathbb{R}_+^*)^2$ et donner un sous-ensemble C de $(\mathbb{R}_+^*)^2$ sur lequel f soit strictement convexe.